

文章编号: 1000-8055(2007)01-0041-07

预处理方法在叶轮机械三维数值模拟中的应用

严 明¹, 赵秋颖², 梁 磊²

(1. 北京航空航天大学 航空发动机气动热力重点实验室, 北京, 100083;

2. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京, 100083;)

摘 要: 应用预处理方法求解三维可压缩流动 Navier-Stokes 方程, 发展了一种适用于叶轮机械的既可以求解跨声速流动也可以求解不可压流动的数值模拟方法, 对 NASA Rotor67 和北航低速大尺寸压气机算例进行了计算, 计算结果与实验数据相吻合, 表明本文采用的预处理方法具有较大的工程实用性.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 叶轮机械; 预处理; Navier-Stokes 方程

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Application of preconditioning method in 3D numerical simulation of turbomachinery

YAN Ming¹, ZHAO Qiu-ying², LIANG Lei²

(1. National Key Laboratory on Aero-Engines,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A preconditioning technique for solving 3-D compressible Navier-Stokes equations is developed to simulate both transonic and incompressible flows in turbomachinery. Computations over NASA Rotor 67 and a low-speed large-scale compressor stage in Beijing University of Aeronautics and Astronautics were performed and the results are in accordance with experimental data, it shows that the method presented is practical for engineering usage.

Key words: aerospace propulsion system; turbomachinery; preconditioning; Navier-Stokes equations

在计算流体力学中, 时间相关法被广泛用于可压缩流动的计算. 对于低马赫数及不可压流动, 由于控制方程组刚性问题而很难计算, 如果单纯利用不可压方程, 是不能利用初值问题的理论进行求解的. 除了数学上的困难以外, 不可压方程在实际应用中也有问题. 如理论上, 若水按照不可压

来求解, 水中的声速 $\sqrt{\frac{dp}{\rho dp}}$ 会因为分母为零而趋于无穷大, 可水中实际的声速是有量级限制的. 于是人们试图用解可压缩流动的时间相关法来高效地求解小马赫数流场和不可压流场. Chorin 在 1967 年引入了人工可压缩的方法来求解不可压缩方程

收稿日期: 2005-12-29; 修订日期: 2006-06-01

作者简介: 严明(1960-), 男, 江苏南京人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院副教授, 博士, 主要从事流体机械及工程方面研究.

在小马赫数下的问题.在很多情况下,即便是马赫数很小,可压缩方程也是理想的选择.例如,在盘旋状态下直升机旋翼,大部分的区域是低马赫数,在局部的地方却存在着激波.预处理方法首先是由 Briley, McDonald 和 Shamaroth 在 1983 年引入的^{[1][2]},一个恒定的预处理矩阵被加到了绝能方程组中,在总体上提高了算例的收敛度. Turkel 在 1987 年基于原始变量和绝能方程,针对应用于可压缩方程的人工可压缩方法,设计了一个普遍性的预处理矩阵^[3]. 本文现在的工作就是对原始的 N. S. 控制方程组引入一个新的预处理方法,该方法可以很好地融合旋转及非旋转流动,并且对大范围的马赫数的状况均能有效且达到较高的精度.

在应用预处理方法的基础上,本文对 NASA rotor67 和北航低速压气机进行了数值模拟,并与实验结果进行了对比.

1 流场的控制方程组

1.1 预处理的控制方程组

以 x 轴为旋转轴,并且以等角速度 Ω 旋转的 Cartesian 坐标系中,以有限体积形式表示的三维雷诺平均 N-S 方程在引入预处理矩阵 Γ_q^{-1} 以后为:

$$M\Gamma_q^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \int_V q dV + \oint_V F_i \cdot n dA - \oint_V F_v \cdot n dA = \int_V S dV \quad (1)$$

其中, Γ_q^{-1} 是一个恒定的对角矩阵^[4],其值只取决于参考马赫数 Ma_r (进口轴向马赫数).

$$\Gamma_q^{-1} = \text{diag}[1, 1, 1, 1, 1/\beta(Ma_r)] \quad (2)$$

方程(1)中 $M = \partial Q / \partial q$ 是把守恒变量 $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e_t)^T$ 变化到原始变量 $q = (\rho, u, v, w, p)^T$ 的转换矩阵,其中 u, v, w 分别是 x, y, z 方向的速度分量, ρ 是密度, p 是静压力, e_t 是总能量, $n = (n_x, n_y, n_z)^T$ 是垂直于控制体表面指向外侧的单位向量. 各个变量可表示为:

$$F_i \cdot n = \begin{bmatrix} \rho \Theta \\ \rho u \Theta + n_x p \\ \rho v \Theta + n_y p \\ \rho w \Theta + n_z p \\ \rho h_1 \Theta + n_1 p \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F_v \cdot n = \begin{bmatrix} 0 \\ T_x \\ T_y \\ T_z \\ uT_x + vT_y + wT_z + Q \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ v & 0 & \rho & 0 & 0 \\ w & 0 & 0 & \rho & 0 \\ \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) & \rho u & \rho v & \rho w & \frac{1}{\gamma - 1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho \Omega w \\ \rho \Omega v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} T_x &= n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ T_y &= n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ T_z &= n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\Theta = V \cdot n - \Omega \times r \cdot n = un_x + vn_y + wn_z + n_t$.

方程(1)的微分形式可表示为:

$$M\Gamma_q^{-1} M \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{\partial g_j}{\partial y} + \frac{\partial h_k}{\partial z} = \frac{\partial f_v}{\partial x} + \frac{\partial g_v}{\partial y} + \frac{\partial h_v}{\partial z} + S \quad (8)$$

1.2 预处理参数的选取

$$\beta(Ma_r) = Ma_r, \text{ 若 } Ma_r < 1 \quad (9)$$

$$\beta(Ma_r) = 1, \text{ 若 } Ma_r \geq 1$$

2 方程的数值求解过程

2.1 方程的空间和时间离散

在曲线坐标系下,用连续的单位长度单元体分割计算域($\Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \zeta = 1$),一阶后差时间离散后,方程(8)有限体积的空间离散形式为:

$$M\Gamma_q^{-1} M^{-1} \Delta \tilde{Q}^n = -\Delta \tau (\tilde{R}^{n+1}) \quad (10)$$

$$\tilde{R}^{n+1} = \delta_i(\tilde{f})^{n+1} + \delta_j(\tilde{g})^{n+1} + \delta_k(\tilde{h})^{n+1} -$$

$$\delta_j(\tilde{g}_v)^n - \delta_k(\tilde{h}_v)^n - \tilde{S}_{i,j,k}^n \quad (11)$$

其中 $\delta_i(\cdot) = (\cdot)_{i+\frac{1}{2}} - (\cdot)_{i-\frac{1}{2}}$, $\Delta \tilde{Q}^n = \tilde{Q}^{n+1} - \tilde{Q}^n$ 上标“ $\sim$ ”代表曲线坐标系下的量.

2.2 牛顿隐式迭代

本文采用牛顿迭代法来求解 $\tilde{Q}^{n+1}$,令

$$N(\tilde{Q}^{n+1}) = M\Gamma^{-1}M^{-1}(\tilde{Q}^{n+1} - \tilde{Q}^n) +$$
$$\Delta\tau(\tilde{R}^{n+1}) = 0$$

(12)

则牛顿迭代方程为

$$N(Q^{n+1,k-1})(Q^{n+1,k} - Q^{n+1,k-1}) = -N(Q^{n+1,k-1})$$

(13)

其中每一次的时间推进采用 Gauss-Seidel 迭代.

2.3 数值通量求解

无粘通量采用 Roe 格式并用高阶 TVD 格式修正,保证了空间离散的二阶精度.

3 湍流模型

在本文中,采用层薄层近似假设,粘性计算保留在 η (叶根到叶尖)和 ζ (叶片到叶片)方向上的耗散导数.采用 Baldwin-Lomax 模型,此代数紊流模型计算过程简单,计算速度快,无需求解偏微分方程组,具有一定的可靠性.

4 边界条件和计算网格

本文只考虑了进口轴向速度为亚声的情况.对于进口边条,在轴向马赫数不太低的情况下,应用特征边界条件;对于进口轴向马赫数小于 0.1 的情况,应用特征边条计算不能收敛,这说明采用常规的特征边界条件不适用于低马赫数流动的计算,本文采用将入口处的压力项外推,再利用总温、总压和静压的等熵关系推出其他变量.对于出口,在高速流动时,采用特征边界条件;对于低马赫数的流动,出口采用了外推边界条件.壁面采用无滑移边条.叶片前后缘以外采用周期性边界条件,转静之间采用周向质量平均.

本文采用 H 型网格,转子加静子流向、周向以及展向的点数为 $(88+80)\times 21\times 25$.转子无叶尖间隙,转子轮毂同转子一起旋转.

5 计算结果分析

5.1 NASA 转子 67 计算结果分析

5.1.1 NASA 转子 67 参数

表 1 NASA 转子 67 的基本设计参数	
Table1 NASA Rotor67's design data	
转子设计转速	16 043 r/min
设计点流量	33.25 kg/s
压比	1.629
效率	接近 0.9

5.1.2 计算结果对比

在设计转速下,预处理参数 $\beta=1.0$ (相当于预处理关闭)和 $\beta=0.55$ (接近进口轴向马赫数)时的堵点流量分别为 34.45 kg/s 和 34.46 kg/s,两者的结果基本相同,而相应的实验结果为 34.96 kg/s,计算结果的误差约为 1%.由图 1 可以看出, $\beta=1.0$ 时转子的总压比与 $\beta=0.55$ 时计算

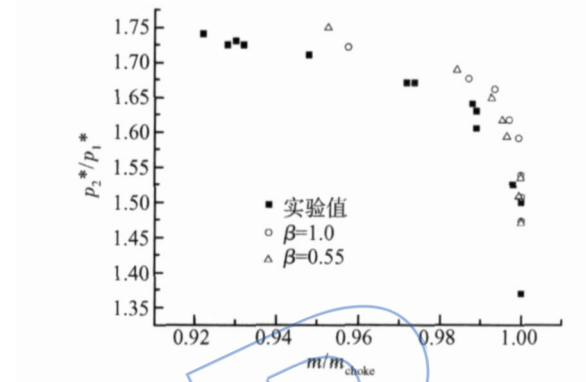


图 1 设计转速下转子出口总压比
Fig.1 Rotor outlet total pressure ratio at design rotation speed

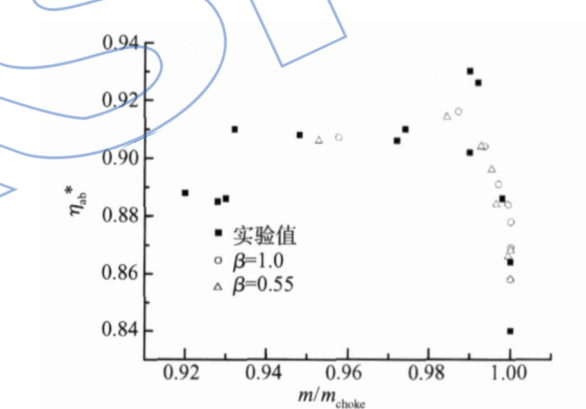


图 2 设计转速下转子出口效率
Fig.2 Rotor outlet efficiency at design rotation speed

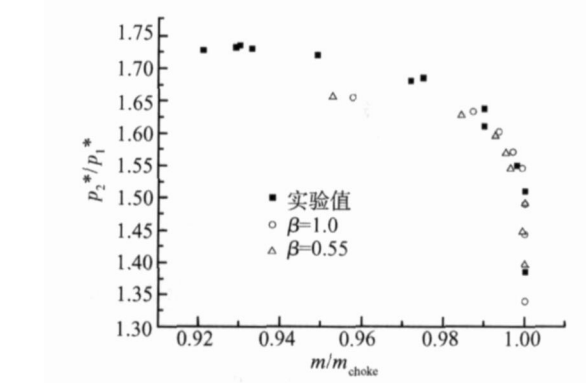


图 3 设计转速下级总压比
Fig.3 Stage total pressure ratio at design rotation speed

的结果基本相同,与实验结果也保持一致.对于转
子效率的计算, $\beta=1.0$ 和 $\beta=0.55$ 的计算值总体
趋势上均与实验值相接近,但是二者计算的最高
效率点的效率值均没有达到实验的最高效率值
(见图 2).图 3 表示计算和实验的级总压比的对比,
当 $\beta=1.0$ 和 $\beta=0.55$ 时,级总压比的计算结果
是一致的,在近堵点区域 $\beta=1.0$ 和 $\beta=0.55$ 的
计算值均与实验值相接近,而随着流量的减小, β
 $=1.0$ 和 $\beta=0.55$ 的计算值均比实验值偏低,这
很有可能是原程序(没加预处理)的固有的问题. β
 $=1.0$ 和 $\beta=0.55$ 时级效率的计算值是相同的.
由特性计算结果可以看出,在设计转速(高马赫
数)下,打开或关闭预处理对压气机特性的计算结
果无明显影响.

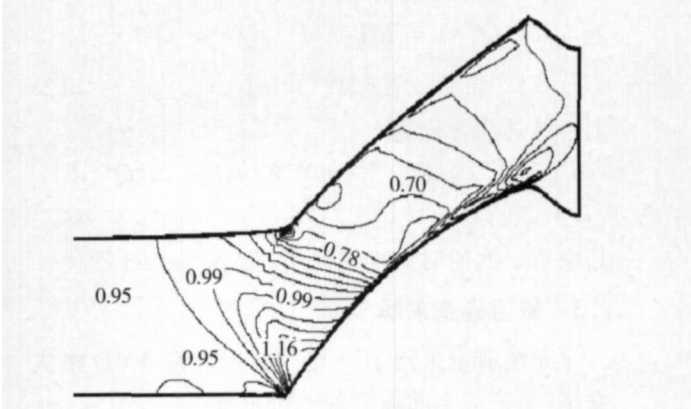


图 6 $\beta=0.55$ 时近叶根的等相对
Mach 数计算值
Fig. 6 Computational data of relative Mach
number at Blade hub($\beta=0.55$)

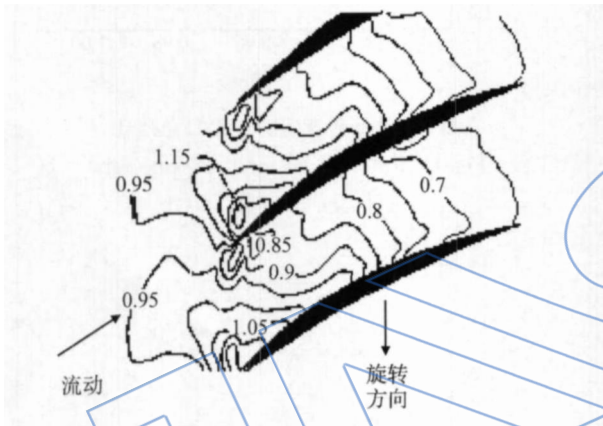


图 4 叶根的等相对 Mach 数实验值
Fig. 4 Test data of relative Mach
number at Blade hub

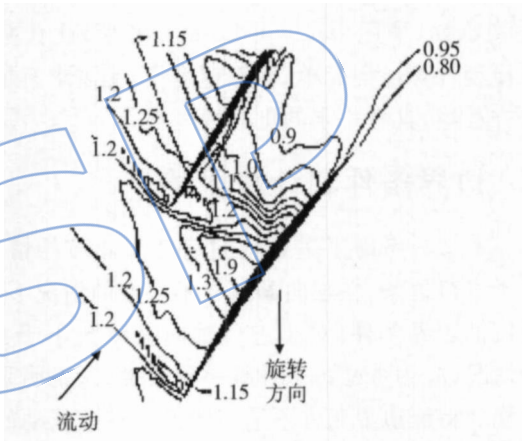


图 7 叶中的等相对 Mach 数实验值
Fig. 7 Test data of relative Mach
number at Blade middle

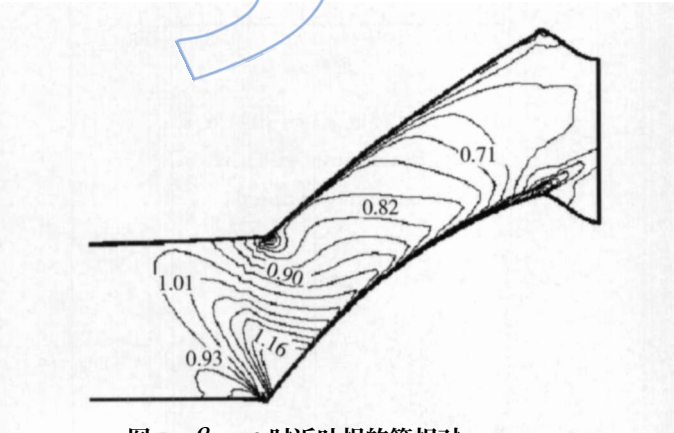


图 5 $\beta=1.0$ 时近叶根的等相对
Mach 数计算值
Fig. 5 Computational data of relative Mach number
at Blade hub($\beta=1.0$)

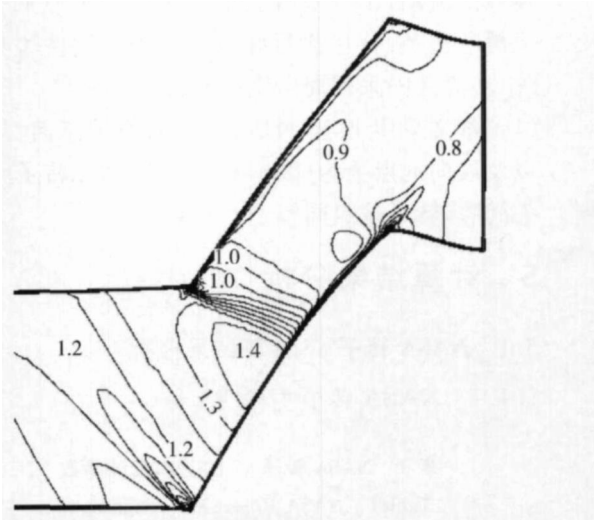


图 8 $\beta=1.0$ 时近叶中的等相对
Mach 数计算值
Fig. 8 Computational data of relative Mach
number at Blade middle($\beta=1.0$)

由图 4~图 12 所示,在叶根位置处, $\beta=1.0$
或 $\beta=0.55$ 计算的结果一致,槽到内已经没有激
波的存在,整个槽道内的流场均为亚声,这与实验
结果相符和.两种 β 参数下计算的进口处的最大

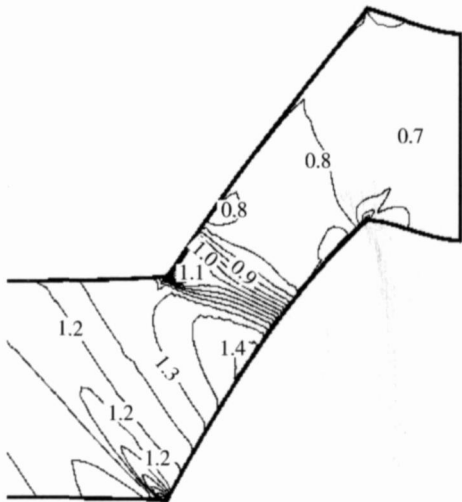


图 9 $\beta=0.55$ 时近叶中的等相对 Mach 数计算值
Fig.9 Computational data of relative Mach number at Blade middle($\beta=0.55$)

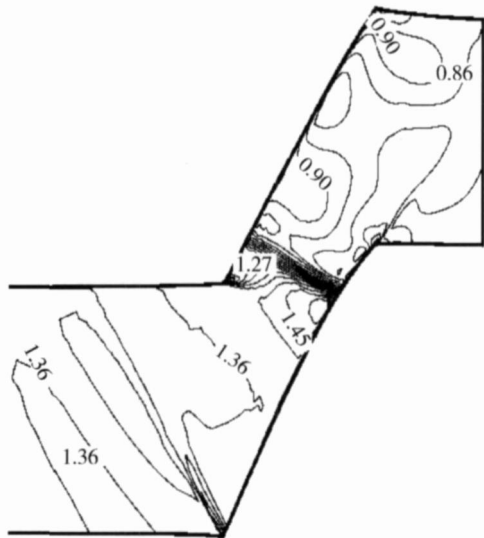


图 12 $\beta=0.55$ 时近叶尖的等相对 Mach 数计算值
Fig.12 Computational data of relative Mach number at Blade tip($\beta=0.55$)

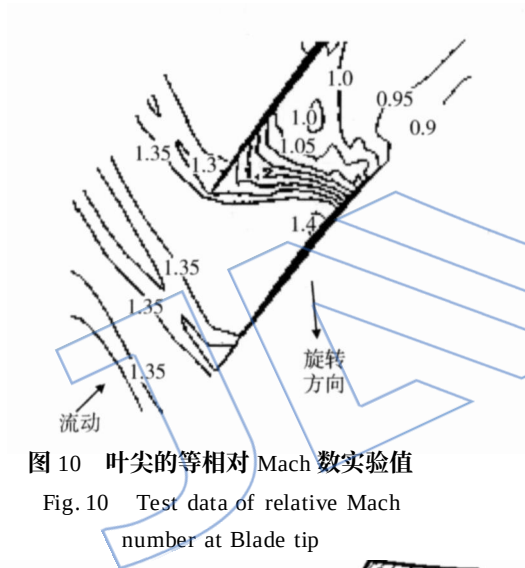


图 10 叶尖的等相对 Mach 数实验值
Fig.10 Test data of relative Mach number at Blade tip

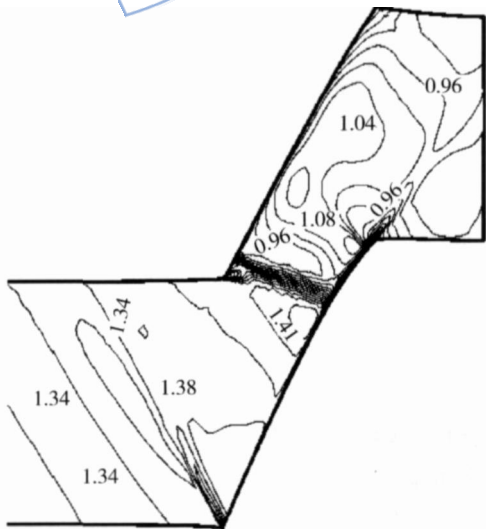


图 11 $\beta=1.0$ 时近叶尖的等相对 Mach 数计算值
Fig.11 Computational data of relative Mach number at Blade tip($\beta=1.0$)

马赫数约为 1.1,与实验值 1.05 接近.在叶中位置处, $\beta=1.0$ 或 $\beta=0.55$ 计算得到的波前的最大马赫数为 1.4,与实验值相同,而且激波位置与实验结果接近.在叶尖位置, $\beta=1.0$ 的波前最大马赫数和激波位置均与实验值基本相同,但 $\beta=0.55$ 的槽道激波强度与实验值相比略强.

5.2 低速大尺寸压气机实验台算例结果分析

5.2.1 低速台设计参数

表 2 低速压气机设计参数	
Table 2 Low speed compressor design data	
转速	1200 r/ min
轴向速度(c_a)	36.44 m/ s
流量(m_a)	22.44 kg/ s
叶尖处切向速度(u_t)	62.83 m/ s
转子叶尖进口相对马赫数	0.19
流量系数(c_a/ u_t)	0.58
近失速流量系数(c_a/ u_t)	0.38

5.2.2 计算结果对比

采用预处理方法对低速实验台进行定常数值模拟,预处理参数 $\beta=0.1$,与进口轴向马赫数接近(近失速点进口轴向 Ma 数约为 0.06).在此情况下,关闭预处理功能($\beta=0.1$),则计算不收敛.

转子和静子出口静压 p_s 、总压 p_t 、轴向速度 c_a 无量纲化方法如下:

$$p_s = \frac{p'_s - p_0}{\frac{1}{2}\rho_{t_t}^2} \tag{14}$$

$$p_t = \frac{p'_t - p_0}{\frac{1}{2}\rho_{t_t}^2} \tag{15}$$

$$c_a = \frac{c'_a}{u_t} \tag{16}$$

其中, p_0 为大气压力, u_t 为转子叶尖切线速度, p'_s 、 p'_t 、 c'_a 为实际值, 气流角均为与轴向的夹角.

图 13 所示计算得到的压比特性曲线与实验值变化趋势一致, 相同轴向速度系数下的静压比与实验值的偏差小于 2 %

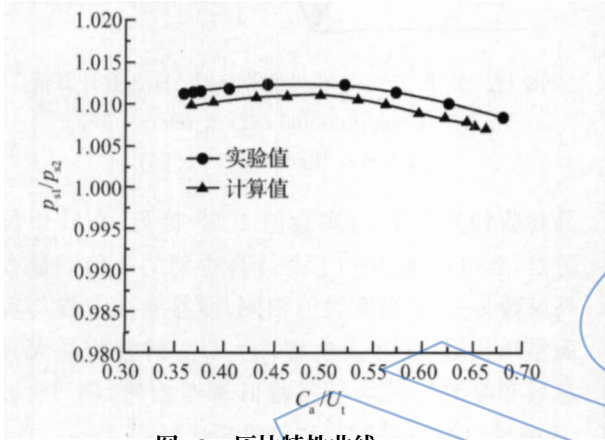


图 13 压比特性曲线
Fig. 13 Pressure characteristic curve

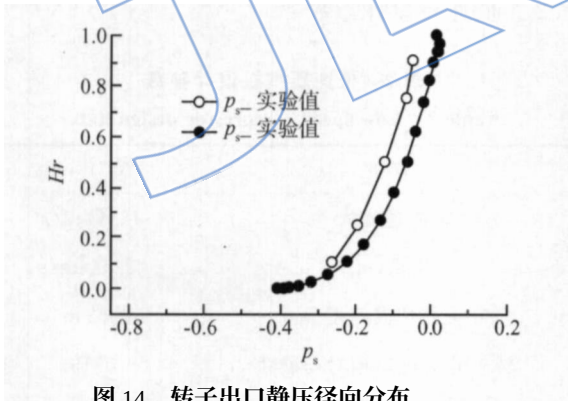


图 14 转子出口静压径向分布
Fig. 14 Radial distribution of static pressure at rotor outlet

图 14~图 20 是转子和静子出口压力, 轴向速度系数以及出口角与实验值的对比图. 从图中可以看出, 采用预处理方法得到的计算值与实验值基本一致. 从静子出口的总压和轴向速度对比图可看到, 计算的附面层比实验的要薄. 静子出口气流角度与实验值在端区有较大偏差, 这主要是因为计算时没有考虑可调静子在叶根和叶尖处的间隙所致.

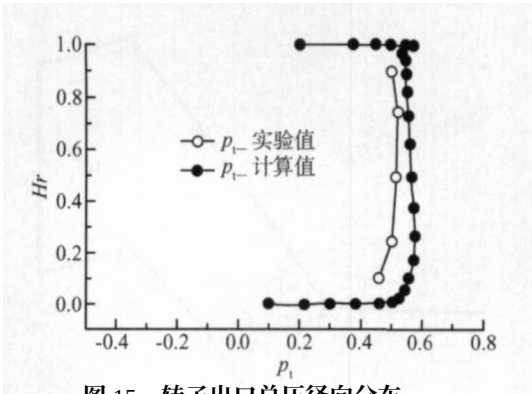


图 15 转子出口总压径向分布
Fig. 15 Radial distribution of total pressure at rotor outlet

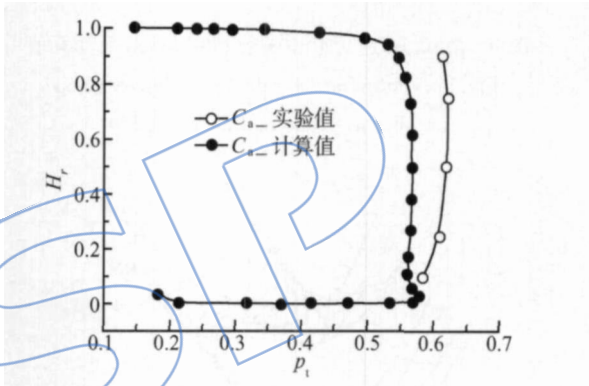


图 16 转子出口轴向速度系数径向分布
Fig. 16 Radial distribution of axial velocity coefficient at rotor outlet

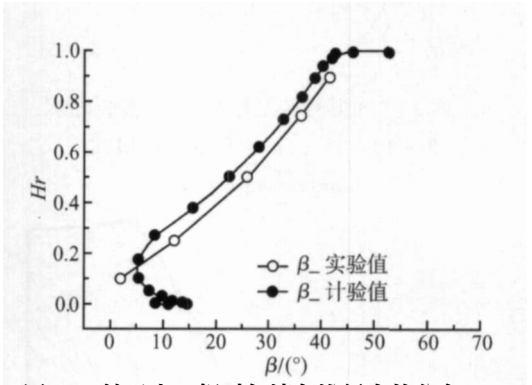


图 17 转子出口相对气流角沿径向的分布
Fig. 17 Radial distribution of relative flow angle at rotor outlet

6 结 论

- (1) 在求解三维可压缩流动 N. S. 方程的过程中应用预处理方法, 发展了一种适用于叶轮机械的既可以求解跨声速流动也可以求解低马赫速流动的数值模拟方法.
- (2) 预处理矩阵中参数 β 与来流的轴向马赫数相关联, 取来流的轴向马赫数的接近值.

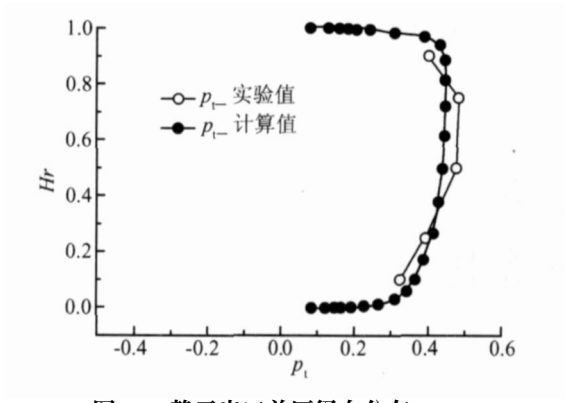


图 18 静子出口总压径向分布

Fig. 18 Radial distribution of total pressure at stator outlet

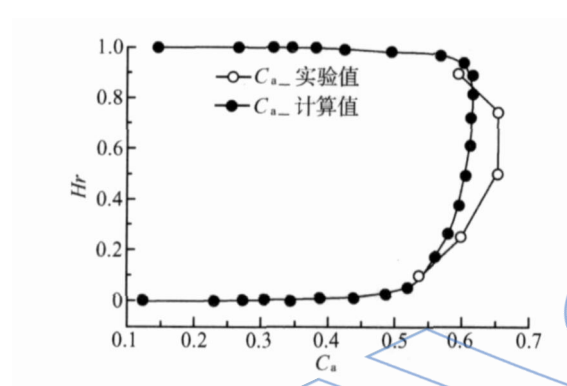


图 19 静子出口轴向速度系数径向分布

Fig. 19 Radial distribution of axial velocity coefficient at stator outlet

(3) NASA 67 算例的计算结果表明,对于高 Mach 数流动,应用预处理和不应用预处理,无论压气机的特性线和内部流场均无明显差异,并且与实验结果相符.

(4) 低速压气机算例的计算结果表明,采用预处理方法后可以得到与实验结果吻合较好的数值模拟结果.

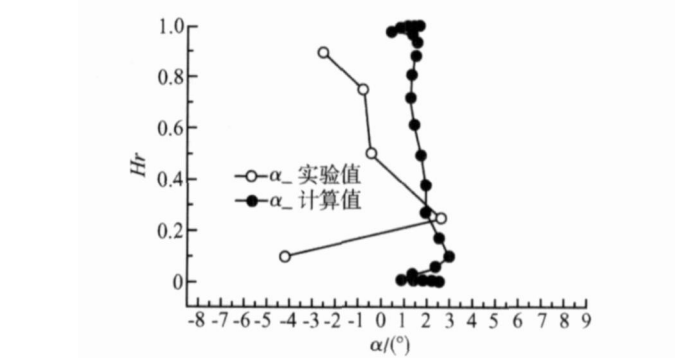


图 20 静子出口绝对气流角沿径向分布

Fig. 20 Radial distribution of absolute flow angle at stator outlet

参考文献:

[1] Sheng C, Newman III J, Remotigue M, et al. Development of unstructured computational capabilities applicable to MSU TURBO with an arbitrary mach number algorithm [D]. MSSU-COE-ERC-02-16, Mississippi State University, October 2002.

[2] Briley W R, McDonald H, Shamroth S J. A low mach number Euler formulation and application to time iterative LBI schemes[J]. AIAA J. 1983, 21 (10) :1467-1469.

[3] 宁方飞. 考虑真实几何复杂性的跨音压气机内部流动的数值模拟[D]. 北京:北京航空航天大学,2002.

[4] 赵秋颖. 叶轮机械高、低速流动的数值模拟[D]. 北京:北京航空航天大学,2005.